

МИНИСТЕРСТВО НА ОБРАЗОВАНИЕТО И НАУКАТА
ЦЕНТРАЛНА КОМИСИЯ ЗА ОРГАНИЗИРАНЕ НА ОЛИМПИАДАТА ПО АСТРОНОМИЯ
XIV НАЦИОНАЛНА ОЛИМПИАДА ПО АСТРОНОМИЯ
<http://astro-olymp.org>

IV кръг
Теоретичен тур

Младша възраст – решения

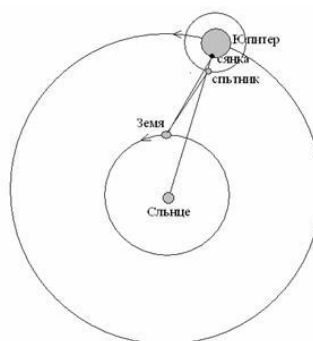
1 задача. Юпитер. Вие сте изследователи на Юпитер и наблюдавате с нов и много съвършен телескоп любимата си планета. На снимката е показана прекрасната гледка, която се разкрива пред вашия поглед. Спътникът Йо хвърля своята сянка върху облачната атмосфера на Юпитер.



- Необходимо ли ще бъде да бодърствате до ранните утринни часове, за да изгрее Юпитер и да видите тази гледка? Обосновете своя отговор.
- Как ще се променят условията на видимост на планетата от тази нощ нататък – ще се удължава ли или ще се скъсява времето от нощта, през което Юпитер ще може да се наблюдава? Защо?
- Как ще се променя разстоянието между Юпитер и Земята – ще се увеличава или ще намалява? Дайте обяснение.

Решение:

Както знаем, Голямото червено петно – най-големият атмосферен вихър в Слънчевата система – се намира в южното полукукло на Юпитер. Следователно на снимката северният полюс на планетата е нагоре, а сянката на Йо е отместена на изток от спътника. Петното заедно със сянката се намират в западната част на видимия диск на Юпитер. Отместването на сянката спрямо видимото положение на спътника е сравнително малко. В мястото на сянката слънчевите лъчи падат към повърхността на Юпитер под ъгъл близък до 90° . Всичко това означава, че Слънцето се намира по небесната сфера западно от Юпитер и то на много голямо ъглово отстояние – то е почти „зад нас“. Оттук заключаваме, че Юпитер изгрива от източната част на хоризонта не много дълго преди залеза на Слънцето и се вижда през почти цялата останала нощ. Ето защо няма да ни се наложи да чакаме изгрева на планетата до утринните часове, а напротив, ще можем да я наблюдаваме през по-голямата част от нощта.



С течение на времето поради орбиталното си движение Юпитер би трябвало да се премества от запад на изток. Земята, обаче, се движи по своята орбита значително по-бързо от Юпитер и го „изпреварва“. Конфигурацията на снимката показва, че благодарение на това моментът на противостоене на Юпитер вече е отминал. Около този момент условията за видимост на планетата са били най-добри, защото тя е изгрявала със залеза на Слънцето и се е виждала през цялата нощ. Освен това тогава разстоянието между Земята и Юпитер е било най-малко.

Оттам нататък Юпитер ще изгрява все по-рано и периодът му на виидимост се скъсява. Това ще продължи още и доста време след момента, в който е направена снимката. Разстоянието от Земята до Юпитер постепенно ще се увеличава.

Критерии за оценяване (12 т.):

За правилно съобразяване на ориентацията на Юпитер по Голямото червено петно – 1 т.

За правилни разсъждения свързващи взаимните разположения на спътника, сянката и видимия диск на планетата от една страна, и положението на Слънцето и Юпитер относно Земята – 5 т.

За правилни разсъждения и заключения относно условията на видимост на Юпитер в момента на снимката – 2 т.

За правилни разсъждения и отговор на въпроса как ще се изменят условията на видимост след този момент – 3 т.

За правилни заключения относно изменението на разстоянието до Юпитер – 2 т.

2 задача. Завръщане на Земята. Смелият космонавт Байрям Байрямали се завръща на родната Земя след далечно пътешествие със субсветлинна скорост. Поради ефектите от теорията на относителността, за него полетът е продължил няколко години, но на Земята са минали много повече. Всичко се е променило. Останала е същата само хижа Бузлуджа ($\varphi \approx 42^\circ$), където Байрям отива, воден от носталгични спомени. Около полунощ той с удивление вижда близо до зенита Полярната звезда.

- Приблизително колко години трябва да са минали на Земята, докато Байрям е летял в космоса? Оценете минималния възможен период.

- В кой сезон от годината е отишъл Байрям на хижа Бузлуджа?
Обяснете вашите отговори.

Решение:

Височината на северния небесен полюс над хоризонта е равна на географската ширина на наблюдателното място. В случая за хижа Бузлуджа височината е 42° . Зенитното отстояние на северния небесен полюс ще бъде $90^\circ - \varphi = 48^\circ$. Това зенитно отстояние е много близко до удвоената стойност на наклона на земната ос към оста на еклиптиката $2\varepsilon = 2 \times 23.5^\circ = 47^\circ$. Както знаем, поради прецесията на земната ос северният небесен полюс извършва кръгово движение около полюса на еклиптиката и периодът на това движение е около 26 000 години. Но движението на северния небесен полюс се извършва на фона на звездите – той се мести спрямо тях. За земния наблюдател, обаче, северният небесен полюс си остава винаги със същите височина и азимут. За времето на полета на Байрям северният небесен полюс е изменил видимото си положение спрямо Полярната звезда с ъгъл близък до 2ε . Това означава, че северният небесен полюс е пропътувал по небесната сфера половината от един цикъл на прецесия – преместил се е в противоположната точка на окръжността, която описва около еклиптичния полюс. Следователно, докато Байрям е летял в космоса, на Земята са изминали около 13 000 години. Това е минималният възможен период. Разбира се, може да са изминали и по-дълги периоди, които се получават като към 13 000 години прибавим цяло число периоди на прецесия – цяло число пъти по 26 000 години.

Участниците в школата може би знаят, че Полярната звезда и звездата Вега са разположени почти симетрично от двете страни на северния полюс на еклиптиката, който е в Дракон. Следователно след 13 000 години северният небесен полюс ще е недалеч именно от звездата Вега. Те вероятно са забелязали, че около полунощ към края на наблюдателните занятия звездата Вега е близо до горна кулминация. Щом при завръщането си на хижа Бузлуджа Байрям вижда Полярната звезда ще е в горна кулминация в полунощ. Следователно Слънцето, което ще е в долна кулминация тогава, ще бъде в противоположно положение по еклиптиката, спрямо положението си сега, по време на школата. Но и ориентацията на земната ос спрямо Слънцето тогава ще бъде противоположна на сегашната. Значи тогава годишният сезон е същият като сезона, в който се провежда школата – юли месец. Ето защо Байрям трябва да е там през лятото.

Критерии за оценяване (12 т.):

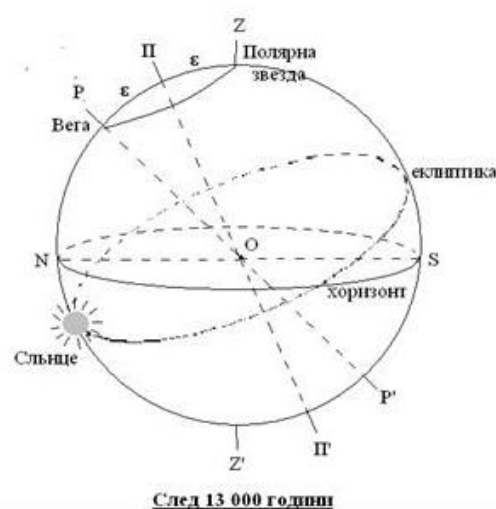
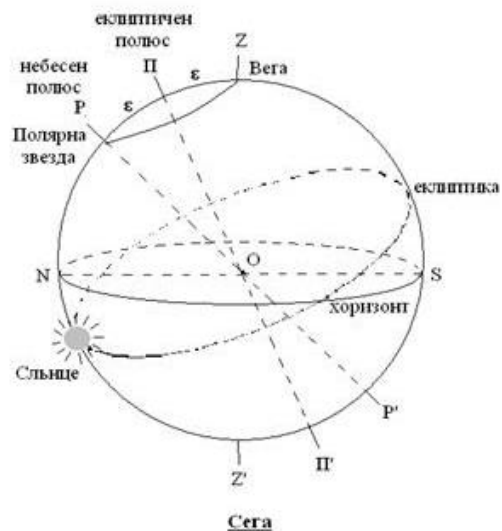
За обяснение на появата на Полярната звезда в зенита с прецесията – 2 т.

За правилни разсъждения относно определяне на периода от време, изтекъл на Земята – 4 т.

За правилен числен отговор – 1 т.

За правилни разсъждения относно годишния сезон – 4 т.

За правилен отговор кой ще бъде сезонът – 1 т.



3 задача. Небето се усмихва. На 1 декември 2008 г. небето весело ни се е усмихнало чрез Луната и планетите Венера и Юпитер. Снимката е направена в австралийския град Сидней ($\phi = 34.5^\circ$ ю.ш.).

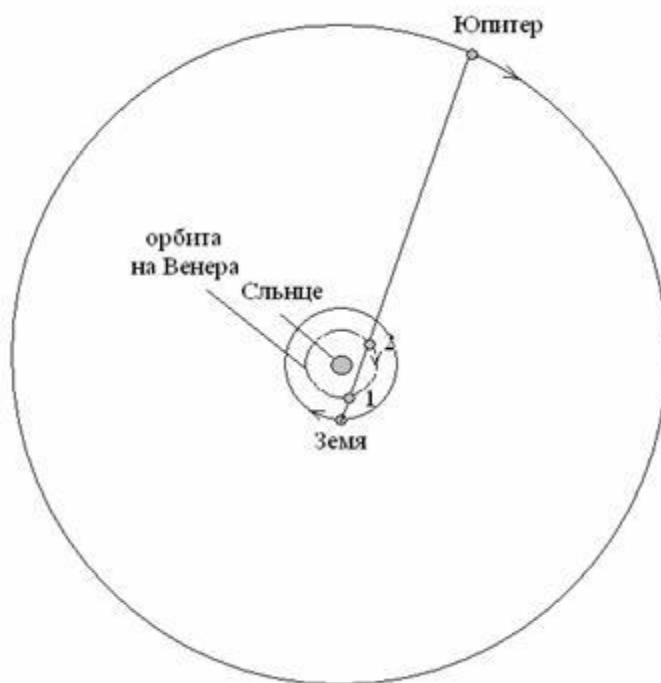


- Приблизително в каква фаза е била тогава Луната?
- В коя част от нощта е направена снимката? Необходимо ли ще бъде да бодърствате до ранните утринни часове, за да изгрее Юпитер и да видите тази гледка? Обосновете своя отговор.
- Приблизително в каква посока се вижда Луната?
- Нарисувайте схема с приблизителните положения на Венера и Юпитер по техните орбити спрямо Земята и Слънцето.
- Как биха могли да изглеждат Юпитер и Венера, ако ги погледнем с телескоп в този момент?
- Оценете приблизително звездната величина на Юпитер в момента, когато е направена снимката, като знаете, че звездната му величина при максимален блясък е -2.7^m .

Венера е на 0.7 астрономически единици от Слънцето, а Юпитер на 5.2 астрономически единици.

Решение:

Луната на снимката изглежда като тънък сърп. Това означава, че тя е на възраст малко преди или малко след новолуние. Означава също така, че Слънцето се намира на неглямо видимо ъглово разстояние от Луната. Лунният сърп е обърнат с изпъкналата си страна наляво и надолу. В тази посока трябва да е и Слънцето. Тъй като Сидней е в южното полукуълбо на Земята, заключаваме, че фазата на Луната е малко след новолуние, а Слънцето преди не много време е залязло под хоризонта. Следователно снимката е направена вечерта. Точката на залеза на Слънцето трябва да е в посока изток-югоизток, понеже датата е 1 декември – скоро предстои лятното слънцестояние за южното полукуълбо, когато Слънцето има най-голяма отрицателна деклинация. Близка до тази е и посоката, в която виждаме Луната.



Понеже сме в южното полукуълбо, нека построим схемата на положенията на планетите, гледана откъм южния полюс на Земята. Затова движението на планетите около Слънцето ще бъде по часовниковата стрелка. Като знаем, че видимият ъглов размер на Луната е около 0.5° и го съпоставим с отстоянието на двете планети от нея,

виждаме, че то е твърде малко, а също можем да кажем, че двете планети заедно с Луната са на сравнително малко ъглово отстояние и от Слънцето. Ето защо можем да заключим, че Юпитер е в положение малко след горно съединение.

Венера по принцип би могла да бъде в положение 1 или 2 по своята орбита. Имайки предвид блясъка ѝ, считаме, че е по-вероятно да е в положение 2, понеже в положение 1 тя би изглеждала като много тънък сърп, подобно на Луната, и не би била така ярка. Ако наблюдаваме планетите с телескоп, както Венера, така и Юпитер биха изглеждали като светли кръгове, защото са обърнати към Земята почти изцяло с осветените си от Слънцето страни. За определяне на звездната величина на Юпитер можем да считаме, че той е приблизително в горно съединение. Максимален блясък Юпитер би имал очевидно в противостояние. Разстоянията Земя-Юпитер при противостояние и горно съединение се отнасят както:

$$(5.2 \text{ а.е.} - 1 \text{ а.е.}) / (5.2 \text{ а.е.} + 1 \text{ а.е.}) \approx 0.677$$

В сила е съотношението:

$$E_1 / E_2 = 1 / 0.6772 \approx 2.182$$

където E_1 и E_2 са осветеностите, създавани на Земята от Юпитер съответно в противостояние и в съединение. Тогава чрез формулата на Погсън намираме:

$$\lg(E_1 / E_2) = 0.4(m_2 - m_1),$$

където m_1 и m_2 са звездните величини на Юпитер в противостояние и в съединение. Накрая получаваме:

$$m_2 = m_1 + 2.5 \lg(E_1 / E_2) \approx -1.85^m.$$

Критерии за оценяване (12 т.):

За правилно определяне на фазата на Луната - 2 т.

За определяне на времето от нощта, когато е направена снимката - 2 т.

За определяне на посоката - 2 т.

За построяване на схемата - 2 т.

За обяснение как биха изглеждали планетите в телескоп - 1 т.

За пресмятане на звездната величина на Юпитер - 3 т.

4 задача. Непозната планета. Поради проблем в корабната система за управление (причинен от изкъртен радиатор), звездните навигатори Маги и Петко кацат аварийно на непозната планета. Скоро повредата е отстранена, но Маги и Петко не знаят дали горивото ще им стигне, за да стартират от планетата. Веднага започват наблюдения и изследвания. Разбират, че на повърхността на планетата тежат два пъти по-малко, отколкото на Земята. Определят орбиталния период на единствения спътник на планетата, който се оказва 40 земни денонощия. Установяват, че видимият ъглов диаметър на спътника е $5'.05$, когато се вижда в зенита, и $5'$, когато е на хоризонта.

- Как по тези наблюдателни данни може да се определят масата и радиусът на непознатата планета?

- Пресметнете втора космическа скорост за тази планета ($\gamma = 6.67 \times 10^{-11} \text{ м}^3/\text{кг} \cdot \text{с}^2$).

Решение:

Да означим радиуса на непознатата планета с R , а масата ѝ с M . Ускорението на силата на тежестта на нейната повърхност ще бъде:

$$g^* = \gamma M / R^2, \quad (1)$$

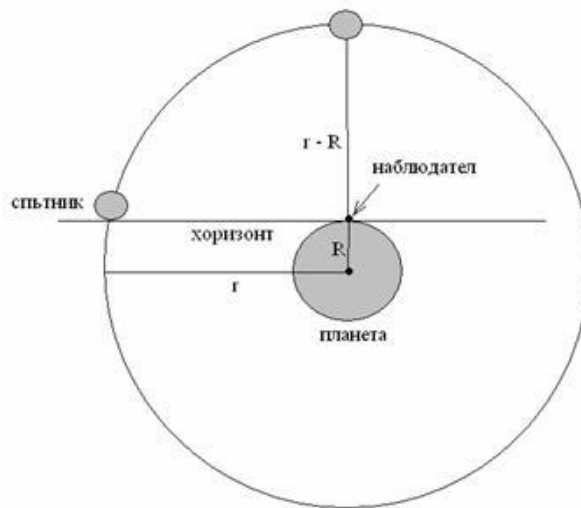
където γ е гравитационната константа. Звездните навигатори са открили, на непознатата планета тежат два пъти по-малко, отколкото на Земята, следователно:

$$g^* = g / 2, \quad (2)$$

където $g = 9.8 \text{ м/с}^2$ е земното ускорение. За орбиталното движение на спътника, съгласно III закон на Кеплер можем да напишем:

$$r^3 / T^2 = \gamma M / 4\pi^2, \quad (3)$$

където r е радиусът на орбитата на спътника, а T е орбиталният му период.



Както се вижда от схемата, когато наблюдаваме спътника на хоризонта, ние го виждаме от разстояние, приблизително равно на радиуса на орбитата му r . Когато го наблюдаваме в зенита, разстоянието от нас до него е намалено с радиуса на планетата R . За видимите ъглови размери Δ_z и Δ_h на спътника в зенита и на хоризонта можем да напишем:

$$\Delta_z / \Delta_h = 5'.05 / 5'$$

$$\Delta_z / \Delta_h = r / (r - R)$$

От последното съотношение намираме:

$$r / R = 100 \quad (4)$$

От уравнения (1) и (2) получаваме:

$$g / 2 = \gamma M / R^2 \quad (5)$$

Разделяме почленно уравнения (3) и (5) и получаваме:

$$r^3 / R^2 = g T^2 / 8\pi^2$$

Имайки предвид (4), за разстоянието до спътника и радиуса на планетата получаваме:

$$r \approx 148\,000 \text{ km}, \quad R \approx 1480 \text{ km}$$

От (5) за масата на планетата получаваме:

$$M = g R^2 / 2\gamma \approx 1.6 \times 10^{23} \text{ kg}$$

За втора космическа скорост намираме:

$$v = (2\gamma M / R)^{1/2} \approx 3.8 \text{ km/s}$$

Критерии за оценяване (12 т.):

За определяне на ускорението насилата на тежестта на планетата – 1 т.

За правилни идеи за определяне на радиуса и масата на планетата – 2 т.

За правилно съставяне на уравненията – 3 т.

За вярни алгебрични пресмятания на r , R , M – 2 т.

За верни числени отговори за R , M – 2 т.

За определяне на втора космическа скорост – 2 т.

5 задача. Повреден телескоп. След дълга употреба по време на школи за подготовка на млади астрономи механизмите на един телескоп се повредили. Телескопът бил с азимутална монтировка и можел да се насочва в различни посоки само по азимут. Височината му над хоризонта не можела да се променя. Младите астрономи, работещи с него, установили, че могат да наблюдават цялото северно небе, но не и южното.

- На каква височина над хоризонта е блокиран телескопът?
- На каква географска ширина се намира обсерваторията, където е той?

Рефракцията и размерите на зрителното поле на телескопа да не се отчитат.

Решение:

Според условието на задачата, с телескопа може да се наблюдава само цялата северна небесна полусфера и никаква част от южната. Следователно, когато телескопът е насочен точно на юг, то той всъщност трябва да сочи точно към небесния екватор.

От тук следва, че ако означим географската ширина на мястото на наблюдение с φ , то височината, на която телескопът е блокиран, е $h = 90^\circ - \varphi$. Понеже се намираме в северното полукълбо на Земята, то въртейки го по азимут, от точката юг. ние всъщност увеличаваме деклинацията към която той е насочен.

Отново обръщаме внимание на факта, че с телескопа можем да наблюдаваме цялата северна небесна полусфера. Това означава, че въртейки го по азимут, с него ние можем да достигнем и северния небесен полюс. Той, както знаем, е разположен точно на север на височина над хоризонта, равна на географската ширина на мястото φ .

И така стигаме до извода, че височината на която телескопът е насочен, трябва да бъде равна едновременно на географската ширина на мястото на наблюдение, а също така и на 90° минус тази ширина.

От тук получаваме:

$$90^\circ - \varphi = \varphi$$

$$2\varphi = 90^\circ$$

$$\varphi = 45^\circ.$$

Очевидно и височината, на която телескопът е блокирал, също е 45° .

Критерии за оценяване (10 т.):

За правилно съобразяване за това, че телескопът насочен на юг сочи небесният екватор – 2т.

За правилен извод за връзката между височината на телескопа и географската му ширина – 2т.

За правилен извод как се изменя деклинацията, към която телескопът е насочен, когато го въртим по азимут – 1т.

За извод, че височината на телескопа също е равна и на географската му ширина – 2т.

За правилна математическа постановка – 2т.

За правилни числени отговори – 1т.